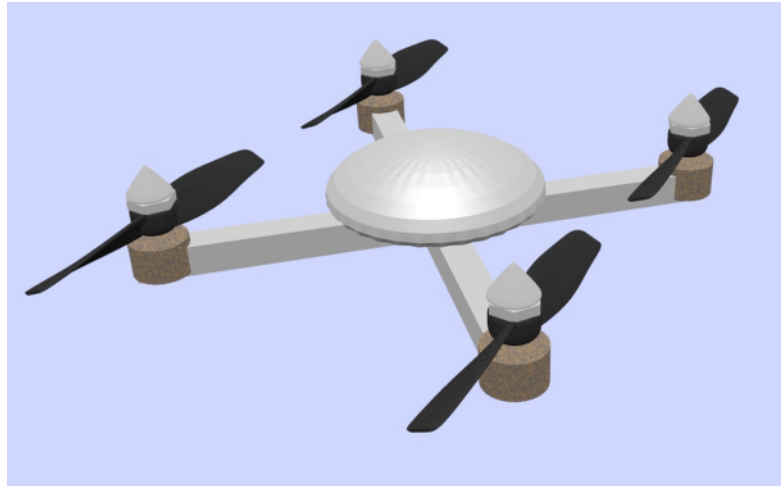




Fachartikel über Quadrocopter

Höhenflug mit einem Quadrocopter*

Ein Beitrag von Dirk Brunner



Eignen sich Quadrocopter für die Höhenforschung oder die Aufnahme von Luftbildern aus großen Höhen? Anhand von theoretischen Betrachtungen und mit praktischen Daten des „DJI Phantom 2 Vision“ wird in diesem Fachartikel die maximal erreichbare Höhe mit einem Quadrocopter untersucht. Abschließend werden Optimierungsmöglichkeiten aufgezeigt um mit einem Copter in große Höhen aufsteigen zu können.

Um die Idee des Höhenflugs mit einem Quadrocopter (oder Modellhelikopter) zu bewerten sind Eckdaten aus der Praxis erforderlich, mit denen schrittweise weitergearbeitet wird. Dieser Fachartikel ist, soweit möglich, leicht verständlich geschrieben. Hintergrundwissen und weitere Informationen finden Sie im Anhang.

Durchführung Höhenflug

Der Quadrocopter wird bei dem Höhenflug autark arbeiten. Mittels GPS steigt er senkrecht über der Startposition so weit wie möglich nach oben bis der Akku nahezu leer ist. Danach erfolgt ein kontrollierter Sturzflug, bei dem die Rotoren für eine

stabile Fluglage entsprechend gebremst** werden. Kurz vor dem Boden wird das Modell abgefangen und sicher gelandet. So weit die Theorie.

Technisch limitierende Faktoren bei einem solchen Höhenflug sind

1. Abnahme der Luftdichte mit steigender Höhe. Propeller müssen schneller drehen und die maximale Drehzahl der Propeller (bzw. Motor/Regler) wird erreicht
2. Akkukapazität
3. Umgebungstemperatur
4. Gesamter Wirkungsgrad des Modells
5. Gewicht

Luftdruck und Propellerdrehzahl

Der Luftdruck nimmt mit der Höhe ab, weshalb die Drehzahl der Propeller, bei gleichem Schub, erhöht werden muss***.

Je höher das Flugmodell steigt, umso schneller müssen sich die Propeller drehen. Dies bedeutet, dass ein Propeller, der sich auf Meereshöhe mit 8000 Umdrehungen pro Minute dreht, in 2000 Metern Höhe über NHN (Normalhöhennull, Höhe über dem Meeresspiegel) mit 9120 U/min drehen muss um den gleichen Standschub zu erzeugen****. Die Drehzahl des Propellers kann nicht beliebig gesteigert werden, da

* Bitte beachten Sie die entsprechenden Vorschriften. Alle Angaben ohne Gewähr und unter Ausschluss jeglicher Haftung.

** Dies funktioniert nur bei Motoren mit geringem Rastmoment. Energierückgewinnung ist möglich.

*** siehe Herleitung 1 im Anhang.

**** einfache Betrachtung ohne Temperatureinfluss.



ansonsten der Propeller beschädigt wird. Motor und Regler besitzen ebenfalls eine maximale Drehzahl. Aus dem Diagramm 1 ist der Zusammenhang zwischen Propellerdrehzahl und Luftdruck ersichtlich.

Eckdaten von Höhenflug tauglichen Quadrocoptern in Tabelle 1.

Optimale Steigrate

Folgende Überlegung lässt vermuten, dass es eine optimale Steigrate (Steiggeschwindigkeit) für den Copter gibt:

1. Im Schwebeflug wird Akkuenergie nicht in Höhe umgesetzt.
2. Bei einem sehr schnellem Steigflug nimmt der Luftwiderstand mit der Steiggeschwindigkeit quadratisch stark zu, wodurch viel Energie zur Überwindung des Luftwiderstands benötigt wird.

Um die Frage der optimalen Steigrate beantworten zu können ist es notwendig einen (Quadro-) Copter mathematisch / physikalisch näher zu betrachten.

Schubkraft Propeller

Die Schubkraft die ein Propeller erzeugt lässt sich mit folgender Formel ermitteln:

$$F = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot (v_{\text{Luft,out}} - v_{\text{Luft,in}})}{\Delta t}$$

Sie können sich die Formel so vorstellen, dass der Propeller in festen Zeiteinheiten Δt Luftmassenpakete mit der Masse m_{Luft} und der Geschwindigkeit $v_{\text{Luft,out}}$ nach unten schleudert. Bewegt sich der Propeller mit $v_{\text{Luft,in}}$ durch die Luft, muss er die Luftmassenpakete vorher einfangen. Je größer der Geschwindigkeitsunterschied und die Masse der Luftpakete ist, umso größer ist der erzeugte Schub.

Wirkungsgrad der Steigleistung

Der Wirkungsgrad für die Steigleistung wird bestimmt mit**:

$$\eta_{\text{Steigleistung}} = \frac{m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}}{P_{\text{Schweben}} + P_{\text{Luftwiderstand, steigen}} + P_{\text{pot, elektrisch}}} = \frac{m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}}{\frac{m \cdot g}{\eta_{\text{Schub}}} + \frac{0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot (h) \cdot v_{\text{steigen}}^2}{\eta_{\text{Schub}}} + \frac{m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}}{\eta_{\text{System}}}}$$

Je größer $\eta_{\text{Steigleistung}}$ ist, um so effizienter wird die (Akku-) Energie in Höhe umgesetzt. Der Zusammenhang zwischen Wirkungsgrad, Steiggeschwindigkeit und Höhe ist bei unserem Beispiel-Quadrocopter aus Diagramm 2 abzulesen.

Mit steigender Höhe nimmt der Luftwiderstand ab, da die Luftdichte geringer wird. Der Luftwiderstand fällt dadurch weniger ins Gewicht, weshalb mit steigender Höhe der Wirkungsgrad zunimmt. Aus dem Diagramm 2 ist ersichtlich, dass bei geringen Steiggeschwindigkeiten der Wirkungsgrad stark nachlässt. Beim Schweben (Steiggeschwindigkeit = 0 m/s) ist der Wirkungsgrad der Steigleistung erwartungsgemäß null, da keine Höhe gewonnen wird.

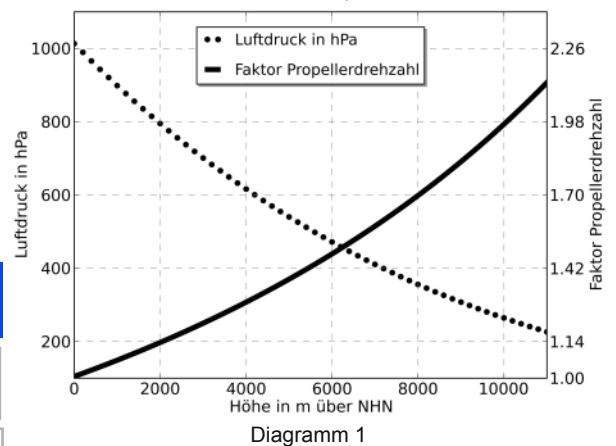
Tabelle 1 - Höhenflugtaugliche Quadrocopter

Wert	Beispiel-copter	DJI Phantom 2 Vision
Schubeffizienz* Schub	4 g/W	4 g/W
Abfluggewicht m	2,5 kg	1,16 kg
Antrieb Eingangsleistung	4 x 600 W	4 x 140 W
Akkutechnologie	LiPo	LiPo
Zellenzahl	6S (22,2 V)	3S (11,1 V)
Akkukapazität	4,9 Ah	5,2 Ah
Energieinhalt Akku	391 kJ	208 kJ
Akkugewicht	750 g	367 g
cw-Wert	0,9	0,9
Strömungswirksame Fläche A	0,04 m ²	0.026 m ²
Systemwirkungsgrad System	30%	30%

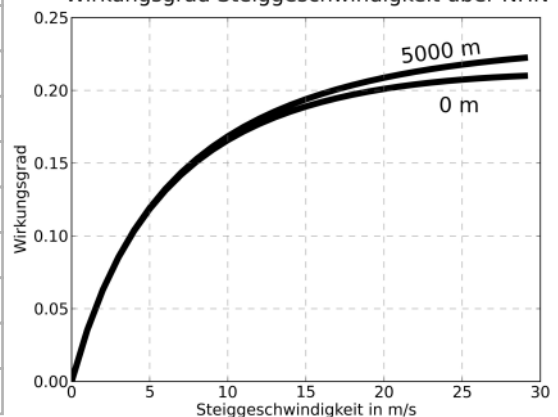
* wegen der erforderlichen Propellersteigung niedrig angesetzt.

** siehe Herleitung 3 im Anhang.

Luftdruck, Höhe, Propellerdrehzahl



Wirkungsgrad Steiggeschwindigkeit über NHN





Die optimale Steiggeschwindigkeit

Mit Hilfe der Mathematik lässt sich die optimale Steiggeschwindigkeit aus $\eta_{\text{Steigleistung}}$ in Abhängigkeit der Höhe berechnen. Siehe hierzu Diagramm 3.

Die Steigrate, um im optimalen Wirkungsgrad zu bleiben, ist enorm. Auf Meereshöhe wäre dies bei unserem Beispielcopter eine vertikale Steiggeschwindigkeit von 120 km/h. Beim „DJI Phantom 2 Vision“ sind es immerhin gut 100 km/h. Laut Hersteller schafft das Modell maximal 22 km/h vertikale Steiggeschwindigkeit. Somit kann das Modell nicht mit optimalem Wirkungsgrad steigen.

Benötigte Motorleistung für die optimale Steiggeschwindigkeit

Die benötigte Motorenleistung für den Beispiel-Copter, um die optimale Steigrate zu halten, ist in Abhängigkeit der Höhe aus Diagramm 4 ersichtlich.

Unser Beispiel-Quadrocopter hat maximal 2400 W Motoreingangsleistung. Dies genügt nicht, um einen Steigflug mit optimalem Wirkungsgrad zu ermöglichen. Der Wirkungsgrad bricht jedoch erst bei geringen Steigraten deutlich ein. Mit 2400W schafft unser Modell in Abhängigkeit der Höhe die Steigraten im Diagramm 5.

Das Modell bewegt sich mit 2400 W Motoreingangsleistung nicht im optimalen Steigratenbereich von 34 m/s auf Meereshöhe, sondern erreicht 19 m/s auf Meereshöhe. Der Wirkungsgrad, die Akkuenergie in Höhe umzuwandeln, sinkt dadurch von etwa 22% auf ca. 20%.

Der „DJI Phantom 2 Vision“ hat maximal 560 W Motoreingangsleistung. Die berechnete Steigleistung auf Meereshöhe liegt (Diagramm 6) mit dieser Motorisierung bei ca. 6,8 m/s. Optimal wären 29 m/s. Der Wirkungsgrad des „DJI Phantom 2 Vision“ sinkt damit von etwa 19% auf ca. 13%.

Optimale Steiggeschwindigkeit

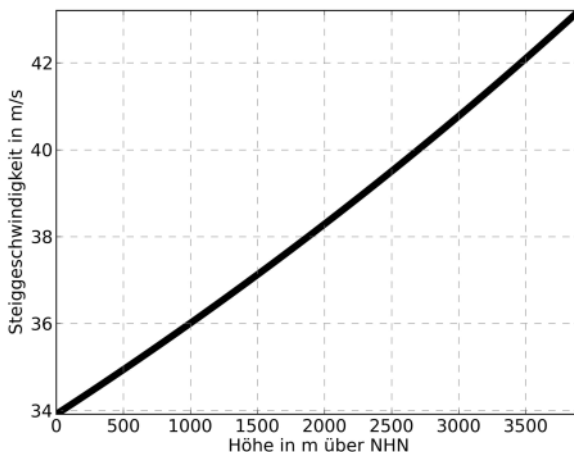


Diagramm 3

Benötigte Motorleistung in Abhängigkeit der Höhe

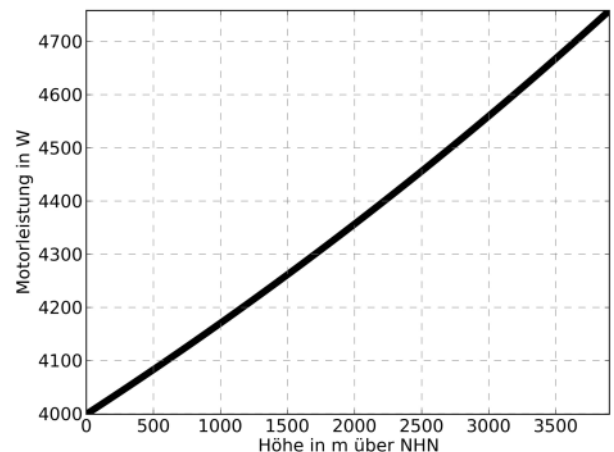


Diagramm 4

Berechnete Steiggeschwindigkeit bei 2400W

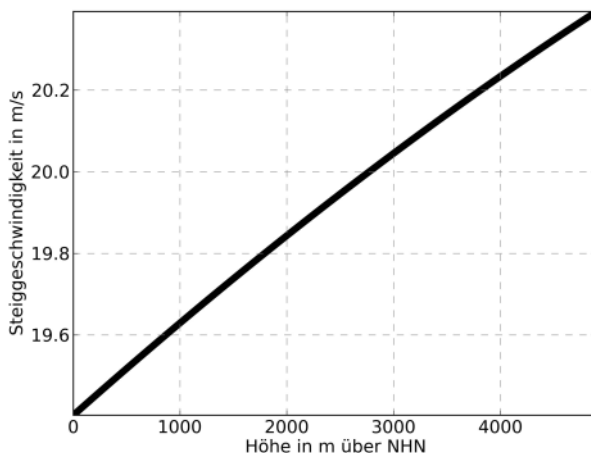


Diagramm 5

Berechnete Steiggeschwindigkeit DJI Phantom

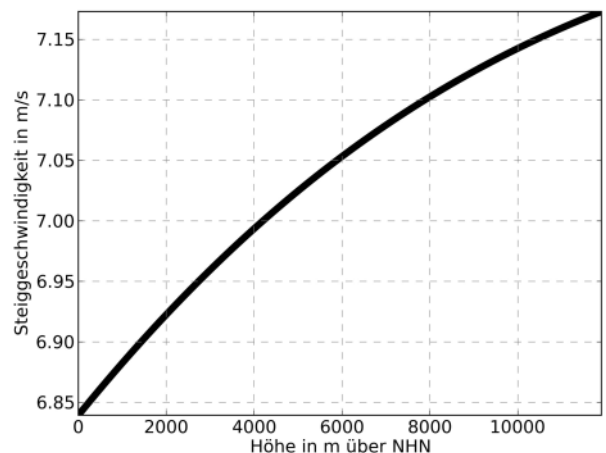


Diagramm 6



Ausströmgeschwindigkeiten am Propeller

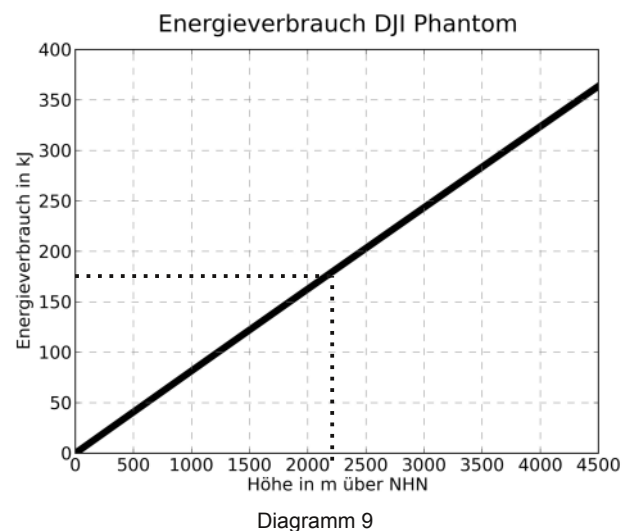
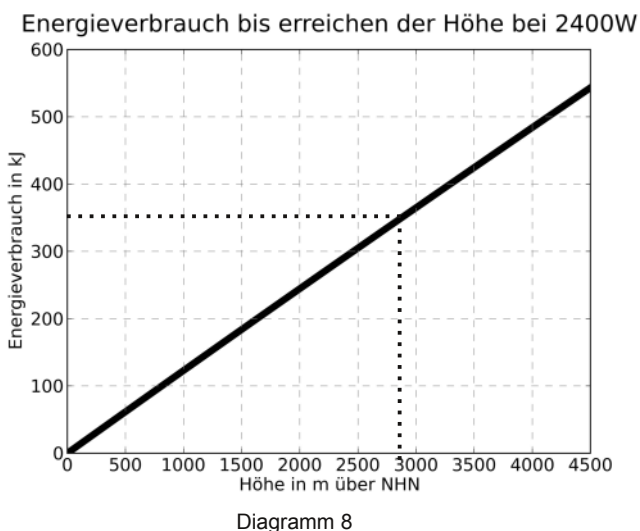
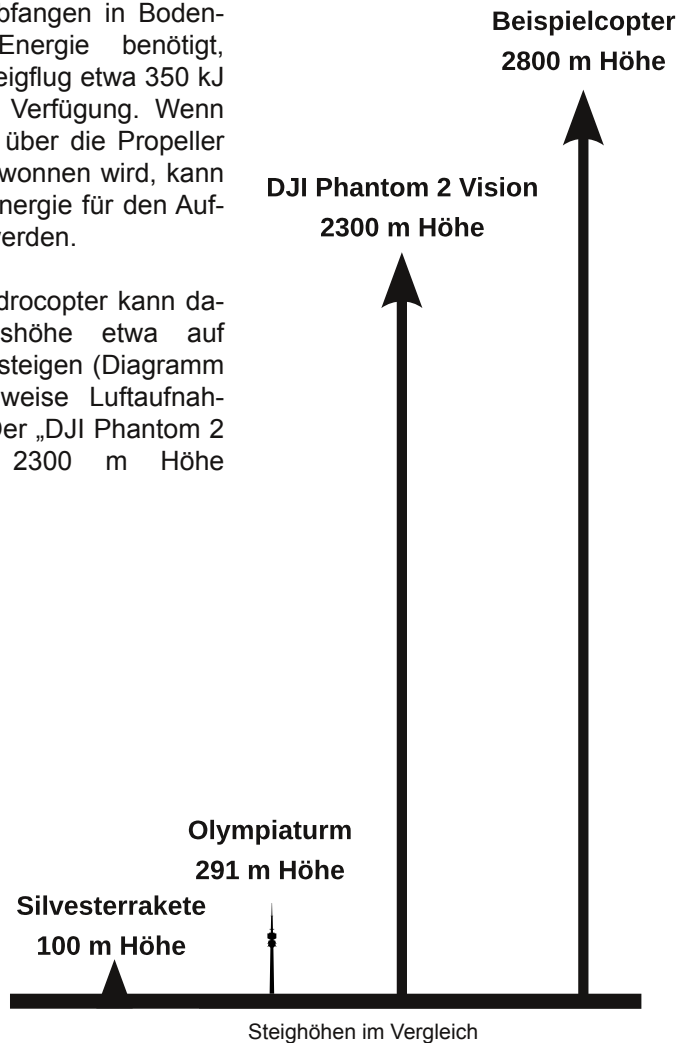
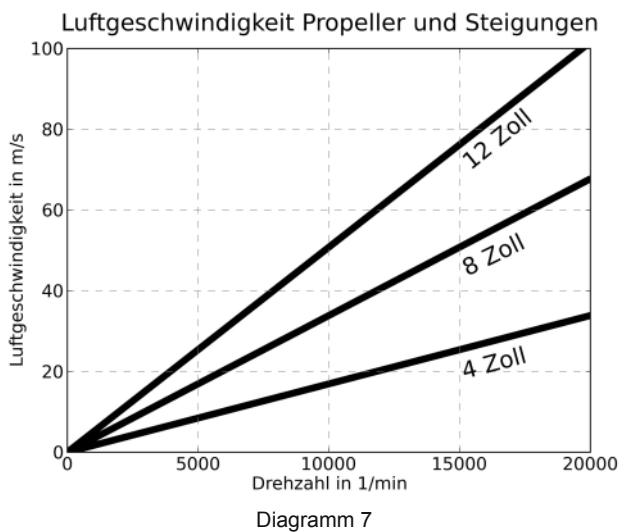
Die maximale (Steig-) Geschwindigkeit ist begrenzt durch die Kombination von Propellersteigung und Drehzahl. Dadurch ergeben sich entsprechende Ausströmgeschwindigkeiten am Propeller wie aus Diagramm 7 ersichtlich.

In der Realität ist die Luftgeschwindigkeit aufgrund von Strömungsverlusten ca. 10% geringer als angegeben. Der vom Propeller erzeugte Luftstrom muss deutlich schneller sein, als die Aufstiegs- geschwindigkeit von gut 70 km/h (19 m/s). Die Steigung des Propellers sollte demnach mindestens 8 Zoll bei einer Drehzahl von etwa 8000 1/min betragen.

Maximale Steighöhe

Der Energiegehalt des Akkus von dem Beispielcopter beträgt 390 kJ und der des „DJI Phantom 2 Vision“ 208 kJ. Da das Modell für den Sinkflug sowie das Abfangen in Bodennähe weitere Energie benötigt, stehen für den Steigflug etwa 350 kJ bzw. 180 kJ zur Verfügung. Wenn bei dem Sinkflug über die Propeller Energie zurückgewonnen wird, kann noch mehr Akkuenergie für den Aufstieg verwendet werden.

Der Beispiel Quadrocopter kann damit von Meereshöhe etwa auf 2800 m Höhe aufsteigen (Diagramm 8) und beispielsweise Luftaufnahmen anfertigen. Der „DJI Phantom 2 Vision“ schafft 2300 m Höhe (Diagramm 9).





Zeitdauer für den Aufstieg

Um in diese Höhe vorzudringen werden etwa 140 Sekunden (Diagramm 10) bzw. 320 Sekunden (Diagramm 11) beim „DJI Phantom 2 Vision“ benötigt. Danach ist der Akku fast leer.

Flugdaten der Quadrocopter

Daten des Fluges mit dem Beispielcopter und „DJI Phantom 2 Vision“ sind in Tabelle 2 angegeben.

Optimierung des Quadrocopters

Wenn das Modell weiter optimiert wird, ändert sich die maximale Höhe wie aus Tabelle 3 ersichtlich.

Die Optimierung macht somit am meisten Sinn beim Gewicht und Systemwirkungsgrad, welcher mit η_{Schub} verknüpft ist. Dies bedeutet konkret bei allen Komponenten auf geringes Gewicht zu achten und ei-

ne möglichst effiziente Motor / Propeller-Kombination auszuwählen.

Ist es dem Modell möglich nach dem Steigflug im freien Fall über die Propeller Energie zurückzuspeisen, so kann für den Aufstieg noch mehr Energie verwendet werden.

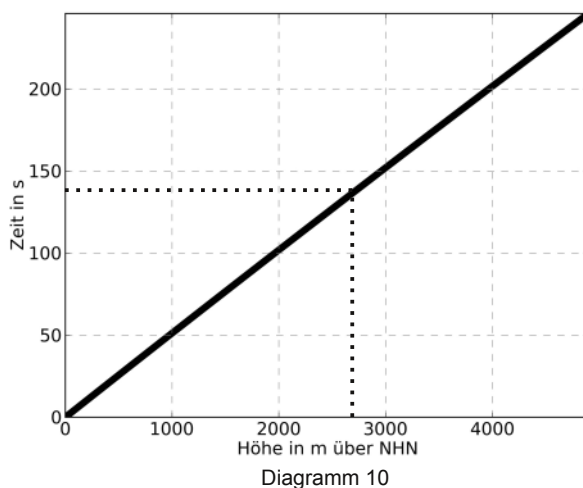
Tabelle 2 - Flugdaten der Quadrocopter

Wert	Beispielcopter	DJI Phantom 2 Vision
Maximale Höhe über NHN in m	2800	2300
Benötigte Zeit für den Aufstieg in s	150	310
Elektrische Leistungsaufnahme in W	2200	540
Akkuenergieinhalt bei maximaler Höhe	10%	10%
Gesamtstromaufnahme im Steigflug in A	100	50

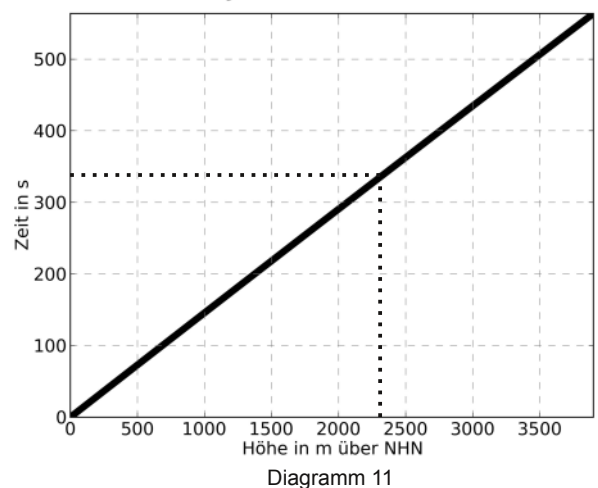
Tabelle 3 - Optimierung Quadrocopter

Wert	Max. Höhe über NHN in m	Höhengewinn in m
Beispielcopter	2800	0
Beispielcopter 10% leichter	3200	+400
Beispielcopter 10% besserer cw-Wert	2900	+100
Beispielcopter 10% besserer η_{Schub}	3000	+200
Beispielcopter 10% besserer η_{System}	3100	+300
Beispielcopter 10% geringere Fläche	2900	+100
Stark optimierter Copter	4700	+1900

Zeitdauer mit 2400W bis Höhe erreicht



Zeitdauer DJI Phantom bis Höhe erreicht





Optimierter Quadrocopter

Die technischen Daten eines optimierten Quadrocopters sehen Sie in Tabelle 4. Dieser Copter schafft eine Höhe von 4700 m über NHN.

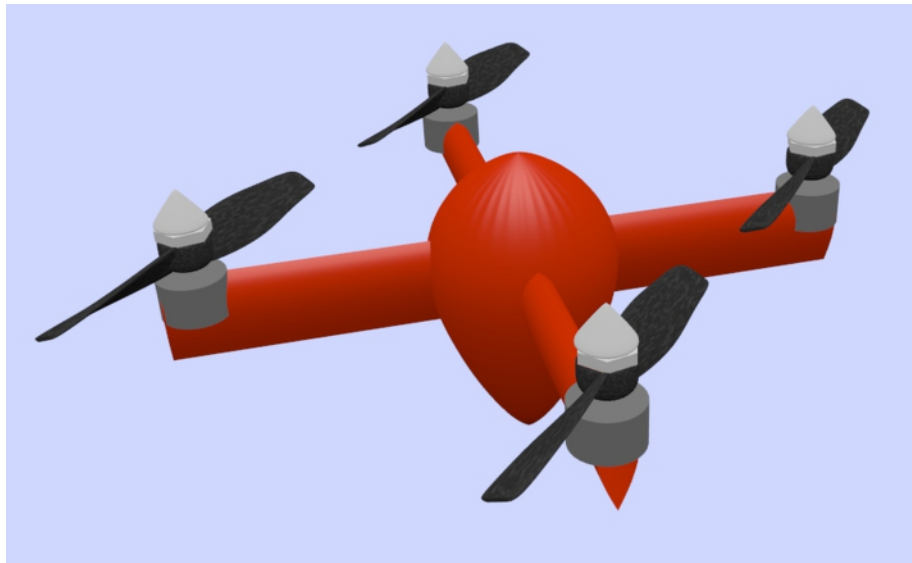


Tabelle 4 - Optimierter Quadrocopter

Wert	Optimierter Copter
Schubeffizienz η_{Schub}	5 g/W bzw. 0,05 N/W
Abfluggewicht (mit Nutzlast) m	2,0 kg
Antrieb Dauereingangsleistung	4 x 600 W
Akkutechnologie	LiPo
Zellenzahl	6s (22,2 V)
Akkukapazität	4,9 Ah
Energieinhalt Akku	391 kJ (94 kcal)
Akkugewicht	750 g
cw-Wert	0,5
Strömungswirksame Fläche A	0,04 m ²
Systemwirkungsgrad η_{System}	35%
Maximale Höhe	4700 m über NHN

Fazit

Mit dem Beispiel-Quadrocopter sind maximale Flughöhen von über 2000 m Höhe möglich. In dieser Höhe lassen sich bereits eindrucksvolle Luftaufnahmen anfertigen. Speziell ausgelegte Quadrocopter schaffen fast 5000 m Höhe. Solche Flugmodelle können in Zukunft vielfältig eingesetzt werden für

- Die einfache und kostengünstige Erforschung der untersten Troposphäre.
- Kartographie und Luftaufnahmen
- Transport im Gebirge (z.B. Medikamente oder Notrationen für Bergsteiger in Not)

Welche weiteren Einsätze möglich sind, wird die Zukunft zeigen.

Für Fragen zur Durchführung, Optimierung oder Berechnung von Höhenflügen stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung.



Dirk Brunner von
www.technik-consulting.eu
führt Voruntersuchungen
durch.



Tabelle 5 - Legende

Symbol	Einheit	Bedeutung
α	°	Anstellwinkel des Propellers gemessen bei etwa 0,7 x Radius
η_{Schub}	1	Wirkungsgrad der Schuberzeugung
η_{System}	1	Wirkungsgrad des gesamten Modells, mit dem die Akkuenergie in Höhe umgewandelt wird.
π	1	Kreiszahl
ρ	kg/m ³	Luftichte
Δt	s	Zeitintervall
A	m ²	Strömungswirksame Fläche des Modells
cw	1	Strömungswiderstandskoeffizient (cw-Wert)
D	m	Durchmesser der Luftschraube
$E_{\text{kin,Luft}}$	J	Kinetische Energie der Luft
F	N	Schubkraft bzw. Kraft
h	m	Höhe
m	kg	Abfluggewicht (mit Nutzlast) bzw. Masse
m_{Luft}	kg	Luftmasse
n	1/s	Drehzahl des Propellers
p(h)	Pa	Luftdruck in Abhängigkeit der Höhe
P	W	Elektrische Leistung
S	m	Steigung des Propellers
v_{Luft}	m/s	Geschwindigkeit der durch die Luftschraube beschleunigten Luftmasse
v_{steigen}	m/s	Steiggeschwindigkeit des Modells senkrecht nach oben
$v_{\text{tangential}}$	m/s	Tangentialgeschwindigkeit des Propelles gemessen bei etwa 0,7 x Radius



Herleitungen

Herleitung 1 - Herleitung der Drehzahländerung mit der Höhe im Schwebeflug

Internationale Höhenformel

$$p(h) = 1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065 \cdot h}{288,15 \text{ m}}\right)^{5,255} \text{ hPa}$$

Impulserhaltungssatz

$$F \cdot t = m \cdot v$$

Ausströmgeschwindigkeit

$$v_{\text{Luft}} = n \cdot S$$

Kraft für den Schwebeflug

$$\begin{aligned} F_{\text{Schwebeflug}} &= \frac{m_{\text{Luft}} \cdot v_{\text{Luft}}}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot n \cdot S \cdot \Delta t \cdot \rho \cdot n \cdot S}{\Delta t} = \\ &= \pi \cdot \rho \cdot (n \cdot S \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2) \end{aligned}$$

Die Kraft F soll in der Höhe konstant sein, woraus folgt:

$$\begin{aligned} F &= \pi \cdot \rho_0 \cdot \left(n_0 \cdot S \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2\right) = \pi \cdot \rho_h \cdot \left(n_h \cdot S \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2\right) \\ \pi \cdot \rho_0 \cdot \left(n_0 \cdot S \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2\right) &= \pi \cdot \rho_h \cdot \left(n_h \cdot S \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2\right) \\ &= \rho_0 \cdot n_0^2 = \rho_h \cdot n_h^2 \\ \rho_0 \cdot n_0^2 &= \rho_h \cdot n_h^2 \\ n_h &= \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_h}} \cdot n_0 \end{aligned}$$

Herleitung 2 - Schubeffizienz und Systemwirkungsgrad im Schwebeflug

Berechnung Systemwirkungsgrad aus praktischen Messwerten im Schwebeflug:

$$\eta_{\text{Schub, Schweben}} = \frac{F}{P_{\text{elektrisch}}} = \frac{\left(\frac{m_{\text{Luft}} \cdot v_{\text{Luft}}}{\Delta t}\right)}{\left(\frac{E_{\text{kin, Luft}}}{\Delta t \cdot \eta_{\text{System}}}\right)} = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot v_{\text{Luft}} \cdot \eta_{\text{System}}}{E_{\text{kin, Luft}}} =$$

$$= \frac{m_{\text{Luft}} \cdot v_{\text{Luft}} \cdot \eta_{\text{System}}}{\frac{1}{2} m_{\text{Luft}} \cdot v_{\text{Luft}}^2} = \frac{2 \cdot \eta_{\text{System}}}{v_{\text{Luft}}} = \frac{2 \cdot \eta_{\text{System}}}{n \cdot S}$$

$$\eta_{\text{Schub, Schweben}} = \frac{2 \cdot \eta_{\text{System}}}{n \cdot S}$$

$$\eta_{\text{System}} = \frac{\eta_{\text{Schub, Schweben}} \cdot n \cdot S}{2}$$

$\eta_{\text{Schub}} = 0,08 \text{ N/W}$; $n = 8.000 \text{ 1/min (133 1/s)}$; $S = 4,5'' (0,11 \text{ m}) \rightarrow \eta_{\text{System}} = 58\%$. Dieser Wert beschreibt, wie effizient die Akkuenergie in Bewegungsenergie der Luft umgesetzt wird. Dies ist eine vereinfachte Betrachtung, da v über den Propellerradius gesehen nicht konstant, sowie n mal v nicht der realen Ausströmgeschwindigkeit entspricht. Bei näherer Betrachtung des Propellerwirkungsgrades im Steigflug ist beim „DJI Phantom 2 Vision“ von einem $\eta_{\text{System}} = 30\%$ auszugehen und von einem $\eta_{\text{Schub}} = 0,04 \text{ N/W}$ für den Steigflug.



Herleitung 3 - Wirkungsgrad Steiggeschwindigkeit

Die Gesamtleistung des Modells ist:

$$P_{\text{elektrisch}} = P_{\text{Schweben}} + P_{\text{Luftwiderstand, steigen}} + P_{\text{pot, elektrisch}}$$

Benötigte elektrische Leistung für den Schwebeflug

$$P_{\text{Schweben}} = \frac{m \cdot g}{\eta_{\text{Schub}}}$$

Benötigte elektrische Leistung um den Luftwiderstand zu überwinden. Stellen Sie sich einen schwebenden Copter vor, bei dem der Luftwiderstand durch ein Gewicht simuliert wird. Die zusätzlich benötigte Leistung ist $P_{\text{Luftwiderstand, steigen}}$.

$$P_{\text{Luftwiderstand, Steigen}} = \frac{0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{\text{Luft}}(h) \cdot v_{\text{steigen}}^2}{\eta_{\text{Schub}}}$$

Benötigte elektrische Leistung um das Modell zu heben. Stellen Sie sich einen schwebenden Copter vor, der sich selbst an einem Seil langsam in die Höhe zieht.

$$P_{\text{pot, elektrisch}} \cdot \eta_{\text{System}} = P_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}$$

$$P_{\text{pot, elektrisch}} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{\eta_{\text{System}} \cdot \Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}}{\eta_{\text{System}}}$$

Damit lässt sich eine Gleichung für den Systemwirkungsgrad aufstellen.

$$\eta_{\text{Steigleistung}} = \frac{m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}}{P_{\text{Schweben}} + P_{\text{Luftwiderstand, steigen}} + P_{\text{pot, elektrisch}}} =$$

$$= \frac{m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}}{\frac{m \cdot g}{\eta_{\text{Schub}}} + \frac{0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{\text{Luft}}(h) \cdot v_{\text{steigen}}^2}{\eta_{\text{Schub}}} + \frac{m \cdot g \cdot v_{\text{steigen}}}{\eta_{\text{System}}}}$$

Herleitung von η_{Schub} siehe Herleitung 2.

Herleitung 4 - Schubeffizienz und Systemwirkungsgrad im Flug

Die vom Propeller erzeugte Kraft ist:

$$F = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot (v_{\text{Luft, out}} - v_{\text{Luft, in}})}{\Delta t} = \frac{\rho \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot (n \cdot S - v_{\text{Steigen}}) \cdot \Delta t \cdot (n \cdot S - v_{\text{Steigen}})}{\Delta t} =$$

$$= \rho \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot (n \cdot S - v_{\text{Steigen}})^2$$

Mit der beschleunigten Luftmasse

$$m_{\text{Luft}} = \rho \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot (n \cdot S - v_{\text{Steigen}}) \cdot \Delta t$$

Impuls des Propellers

$$p = m_{\text{Luft}} \cdot \Delta v_{\text{Luft}} = m_{\text{Luft}} \cdot (v_{\text{Luft, out}} - v_{\text{Luft, in}}) = F \cdot \Delta t$$

Kinetische Energie der Luftmasse

$$\Delta E_{\text{kin, Luft}} = \frac{m_{\text{Luft}}}{2} \cdot (v_{\text{Luft, out}} - v_{\text{Luft, in}})^2$$

Wirkungsgrad der Schuberzeugung

$$\eta_{\text{Schub}} = \frac{F}{P_{\text{elektrisch}}} = \frac{\frac{m_{\text{Luft}} \cdot (v_{\text{Luft, out}} - v_{\text{Luft, in}})}{\Delta t}}{\frac{\Delta E_{\text{kin, Luft}}}{\Delta t \cdot \eta_{\text{System}}}} = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot (v_{\text{Luft, out}} - v_{\text{Luft, in}}) \cdot \eta_{\text{System}}}{\frac{m_{\text{Luft}}}{2} \cdot (v_{\text{Luft, out}} - v_{\text{Luft, in}})^2} =$$

$$= \frac{2 \cdot \eta_{\text{System}}}{(v_{\text{Luft, out}} - v_{\text{Luft, in}})} = \frac{2 \cdot \eta_{\text{System}}}{n \cdot S - v_{\text{Steigen}}} = \frac{2 \cdot \eta_{\text{System}}}{n \cdot 0,7 \cdot D_{\text{Luftschraube}} \cdot \pi \cdot \tan \alpha_{\text{Anstellwinkel}} - v_{\text{Steigen}}}$$

Achtung: Diese Formel gilt nur, wenn $v_{\text{Luft, out}} \gg v_{\text{Luft, in}}$, da:

- Propellerdurchmesser begrenzt
- η_{System} aus dem Standschub bestimmt wurde.
- η_{System} ändert sich mit $v_{\text{Luft, in}}$

Der Systemwirkungsgrad ist weiterhin abhängig von Anstellwinkel, Drehzahl etc. .



Weitere Formeln

Ausströmgeschwindigkeit am Propeller

$$v_{Luft} = n \cdot S$$

$$v_{Luft,out} = 0,7 \cdot D \cdot \pi \cdot n \cdot \tan \alpha = \frac{0,7 \cdot D \cdot \pi \cdot n \cdot S}{0,7 \cdot D \cdot \pi} = n_{pr} \cdot S$$

Impuls der Luftmasse

$$m_{Luft} \cdot v_{Luft} = F \cdot \Delta t$$

Anstellwinkel Luftschraube:

$$\alpha = \arctan \frac{v_{Luft}}{v_{tangential}} = \arctan \frac{n \cdot S}{n \cdot 0,7 \cdot D \cdot \pi} = \arctan \frac{S}{0,7 \cdot D \cdot \pi}$$

Winkelmessung des Anstellwinkels bei ca. 0,7 bis 0,75 mal Radius.

